Ex.6　解法一: 设λ 是对称矩阵A 的特征值, x 是矩阵A 的属于特征值λ 的特征向量, 则$Ax=\lambda x$. 由于

$$A^3-8A^2+19A-12E=0.$$

两边右乘x 得

$$(\lambda^3-8\lambda^2+19\lambda-12)x=0\Rightarrow\lambda^3-8\lambda^2+19\lambda-12=0.$$

即$(\lambda-1)(\lambda-3)(\lambda-4)=0$, 解之得$\lambda_1=1$, $\lambda_2=3$, $\lambda_3=4$. 所以, 矩阵A 的特征值只有$1,3,4$ 全部为正数, 所以, 矩阵A 为对称正定矩阵.

解法二: 因为$A^3-8A^2+19A-12E=(A-E)(A-3E)(A-4E)$, 于是, 由$A^3-8A^2+19A-12E=0$ 得

$$|A-E|=0,\quad |A-3E|=0,\quad |A-4E|=0.$$

由此可见, 矩阵A 的特征值为$1,3,4$ 全部为正数, 所以, 矩阵A 为对称正定矩阵.